

文章编号:1000-8055(2012)02-0265-10

有限长椭圆瓦轴承油膜力近似解析模型

王永亮, 刘占生, 钱大帅, 何 鹏

(哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 基于动态油膜边界条件, 利用分离变量法求解 Reynolds 方程, 获得了有限长圆瓦滑动轴承油膜压力分布表达式, 推导了圆瓦轴承油膜力近似解析模型. 在此基础上, 根据椭圆瓦轴承油膜边界条件, 建立了有限长椭圆瓦轴承油膜力近似解析模型. 与有限差分法模型、长轴承模型、短轴承模型对比的结果显示, 有限长椭圆瓦轴承油膜力模型能够适应任意长径比, 且具有较高计算精度. 基于给出的模型, 利用 Runge-Kutta 法分析了刚性转子-椭圆瓦轴承系统的动力学特性, 仿真结果表明, 该模型能够较好描述椭圆瓦轴承油膜动力特性.

关 键 词: 椭圆瓦轴承; 滑动轴承; 油膜力; 分离变量; 近似解析模型

中图分类号: V233.4; TH133.3

文献标志码: A

Approximate analytical model of oil-film force for finite length elliptical journal bearing

WANG Yong-liang, LIU Zhan-sheng, QIAN Da-shuai, HE Peng

(School of Energy Science and Engineering,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The Reynolds equation of plain journal bearing lubrication was solved by separation of variables method, the pressure distribution expression of oil-film in plain journal bearing was obtained based on dynamic boundary conditions, and the approximate analytical expression of plain journal bearing oil force was deduced. The boundary conditions of elliptical bearing were analyzed. The approximate analytical model of elliptical bearing oil-film was obtained by combining the oil film boundary conditions of elliptical bearing with oil film force expression of plain journal bearing. The oil film force is verified with high accuracy and suitability for any aspect ratio by comparing with the finite difference method, long bearing model, and the short bearing model. The nonlinear rotordynamic behavior of a rigid rotor on elliptical bearing was investigated by Runge-Kutta method, the results of numerical simulation show that the model can describe the dynamic characteristics of elliptical bearing oil film well.

Key words: elliptical journal bearing; sliding bearing; oil-film force; separation of variables; approximate analytical solution

椭圆瓦轴承具有较好稳定性、加工制造较方便、温升低、功耗小等优点, 因而被广泛应用于一些高速旋转机械中, 如汽轮机、电机等^[1]. 椭圆瓦滑动轴承油膜特性直接影响到整个高速旋转机械

转子系统的动力学特性, 能够准确描述椭圆瓦轴承油膜力特性的动力学模型是转子-椭圆瓦轴承非线性动力学特性分析的基础和关键^[2].

目前椭圆瓦径向滑动轴承非线性油膜力求解

收稿日期:2011-03-15; 修订日期:2011-09-08

基金项目:国家自然科学基金(10632040)

作者简介:王永亮(1983—), 男, 甘肃庆阳人, 博士生, 主要从事滑动轴承动特性和旋转机械振动方面研究.

方法主要有以下几类^[3]：

第一类 直接求解法.采用数值算法直接求解 Reynolds 方程,获得椭圆瓦轴承油膜压力分布,再数值积分获得油膜力^[4-5].这种方法计算精度高,但计算效率较低.

第二类 非线性油膜力公式.2009 年,曹登庆和王晋麟等^[6]参考 Capone 圆瓦油膜力模型^[7]的建模过程,分析了椭圆瓦轴承的油膜压力边界条件,推导了短椭圆瓦轴承油膜力的解析模型.当轴承长径比较小时,该模型可以用来快速分析转子-轴承系统的动力学特性,但较大长径比时该模型不能较好描述椭圆瓦轴承特性.

第三类 数据库法^[8-10].这种方法计算效率高,但精度比数值算法低,且建库过程较为复杂,通用性不强.

第四类 基于变分原理的变分法模型^[11-12],该法利用变分原理和自由边值理论,通过迭代获得油膜边界,进而得到相应油膜力.该模型有较高的精度,但计算过程中涉及到变分迭代,计算效率较第二类方法低.

因此仍有必要建立一种高效高精度的椭圆瓦轴承油膜力模型.为此,本文在利用分离变量法,推导有限长圆瓦滑动轴承油膜压力分布解析表达式,建立圆瓦油膜力解析模型的基础上,分析椭圆瓦轴承油膜边界,并利用圆瓦轴承模型结果,推导椭圆瓦轴承油膜力表达式.分析椭圆瓦轴承油膜压力分布规律,对比不同油膜力模型的差别.并通过对刚性转子-椭圆瓦轴承系统动力学特性进行分析,从而验证本文模型的正确性和可靠性.

1 圆柱瓦轴承油膜力近似解析模型

椭圆瓦轴承是由圆心不在轴承中心的上下两块半圆瓦组成的,椭圆瓦轴承油膜力分析思路为先分别计算上、下瓦块油膜力,然后通过向量叠加获得整个椭圆瓦轴承油膜力^[6,13].为此,本文首先分析圆瓦轴承油膜力特性.

1.1 圆瓦径向轴承油膜压力控制方程

图 1 为半径为 R 的圆瓦轴承结构图. O 为轴承中心; O_j 为轴颈中心;轴颈在轴承中以转速 Ω 作自转运动, E 为轴颈在轴承中偏心距; φ 为偏位角;过轴承中心 O 建立如图所示的 xOy 坐标系,这样轴颈在轴承中的位移和速度就表示为 x, y 和 $\dot{x}, \dot{y}$; θ 为周向坐标,起始为 y 轴正向,方向为逆时针向; h 为 θ 角处油膜厚度; $h_{\max}$ 和 $h_{\min}$ 分别为最大油膜厚度和最小油膜厚度.

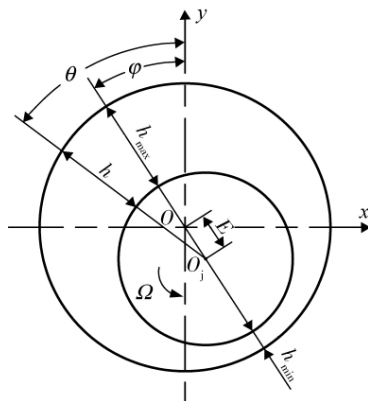


图 1 圆瓦轴承油膜结构示意图

Fig. 1 Sketch of the plain journal bearing

根据滑动轴承流体润滑理论,圆瓦径向轴承油膜压力 p 控制方程 Reynolds 方程为

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \left(\frac{y}{2} \Omega + \dot{x} \right) \sin \theta + \left(\frac{x}{2} \Omega - \dot{y} \right) \cos \theta \quad (1)$$

式中 μ 为润滑油黏度; z 为轴承轴向坐标.

对式(1)进行无量纲化,设如下无量纲参数:

$$P = \frac{p}{6\mu\Omega(R/C)^2}; \lambda = \frac{L}{D}; \zeta = \frac{z}{R} \\ X = \frac{x}{C}; Y = \frac{y}{C}; \dot{X} = \frac{\dot{x}}{C\Omega}; \dot{Y} = \frac{\dot{y}}{C\Omega} \\ H = \frac{h}{C} = 1 - Y\cos\theta + X\sin\theta; \tau = t\Omega \quad (2)$$

式中 P 为无量纲油膜压力; C 为轴承半径间隙; D 为轴承内径; L 为轴承长度; λ 为轴承长径比; ζ 为无量纲轴承长径比; X, Y 为无量纲扰动位移, $\dot{X}, \dot{Y}$ 为无量纲扰动速度; H 为无量纲油膜厚度; τ 为无量纲时间; t 为时间.

将式(2)带入 Reynolds 方程(1),获得无量纲 Reynolds 方程式

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = (Y + 2\dot{X}) \sin \theta + (X - 2\dot{Y}) \cos \theta = f(\theta) \quad (3)$$

对应无量纲边界条件为

$$\begin{cases} P(\theta_1, \zeta) = P(\theta_2, \zeta) = 0 \\ P(\theta, -\lambda) = P(\theta, \lambda) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

θ_1 和 θ_2 分别为油膜进口和出口周向边界. 陈龙、郑铁生教授在文献^[11]中证明了当式(3)中右端项 $f < 0$ 时,无量纲油膜压力 $P > 0$, 本文将 $f = 0$ 定义为油膜边界条件,即当 $f = 0$ 时, $P = 0$, 在

$f > 0$ 的区域, 强制令 $P = 0$. 根据以上理论令 $f = 0$ 可得动态 π 油膜边界条件

$$\theta_1 = \arctan \frac{2\dot{Y} - X}{Y + 2\dot{X}} - \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} \left(\frac{2\dot{Y} - X}{Y + 2\dot{X}} \right) + \frac{\pi}{2} \operatorname{sign}(2\dot{Y} - X) + \pi \quad (5)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \pi \quad (6)$$

1.2 圆柱瓦轴承油膜压力近似解析解

利用分离变量法对无量纲 Reynolds 方程(3)进行求解, 以获得压力近似解析解.

假设方程(3)的解得形式为

$$P(\theta, \zeta) = A(\theta) \cdot B(\zeta) \quad (7)$$

其中 A 和 B 分别为单个变量 θ 和 ζ 的二次可微函数, 将式(7)代入式(3)可得

$$B \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) + A \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(H^3 \frac{\partial B}{\partial \zeta} \right) = f(\theta) \quad (8)$$

对应边界条件式(4)转换为

$$A(\theta_1) = A(\theta_2) = B(-\lambda) = B(\lambda) = 0 \quad (9)$$

式(8)两边同乘 $\sin(\theta - \theta_1)/H^3$ 后, 周向沿 $\theta_1 \rightarrow \theta_2$ 积分可得

$$\ddot{B} - a^2 B = b \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} a^2 &= d_1/d_3; \quad b = d_2/d_3 \\ d_1 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[\sin(\theta - \theta_1) \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial A}{\partial \theta} \right)}{-H^3} \right] d\theta \\ d_2 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[\frac{\sin(\theta - \theta_1) f(\theta)}{H^3} \right] d\theta \\ d_3 &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} [A \sin(\theta - \theta_1)] d\theta \end{aligned}$$

结合边界条件 $B(\lambda) = B(-\lambda) = 0$ 求解式

(10)即可获得轴向压力分布 $B(\zeta)$ 表达式

$$B(\zeta) = \frac{b(e^{a\zeta} + e^{-a\zeta} - e^{a\lambda} - e^{-a\lambda})}{a^2(e^{a\lambda} + e^{-a\lambda})} \quad (11)$$

将式(11)代入式(8)中, 整理后得

$$\begin{aligned} \frac{b(e^{a\zeta} + e^{-a\zeta})}{a^2(e^{a\lambda} + e^{-a\lambda})} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) + a^2 A H^3 \right] = \\ f(\theta) + \frac{b}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

由于 A 和 B 不相关, θ 与 ζ 亦不相关, 因此由式(12)可推导出下式

$$f(\theta) + \frac{b}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (13)$$

式(13)对 θ 两次积分后, 并带入边界条件式

(9)即可获得 $A(\theta)$ 表达式为

$$\begin{aligned} A(\theta) = \frac{a^2}{b} [(Y + 2\dot{X}) I_1(\theta) + \\ C_1 I_3(\theta) - (X - 2\dot{Y}) I_2(\theta) + C_2] \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} C_1 &= -(Y + 2\dot{X}) \left(\frac{I_1}{I_3} \right) + (X - 2\dot{Y}) \left(\frac{I_2}{I_3} \right) \\ C_2 &= (Y + 2\dot{X}) \left[\frac{I_1(\theta_2) I_3(\theta_1) - I_1(\theta_1) I_3(\theta_2)}{I_3} \right] - \\ &\quad (X - 2\dot{Y}) \left[\frac{I_2(\theta_2) I_3(\theta_1) - I_2(\theta_1) I_3(\theta_2)}{I_3} \right] \\ I_1(\theta) &= \int \frac{\cos \theta}{H^3} d\theta; \quad I_2(\theta) = \int \frac{\sin \theta}{H^3} d\theta; \\ I_3(\theta) &= \int \frac{1}{H^3} d\theta; \quad I_i = I_i(\theta_1) - I_i(\theta_2) \\ i &= 1, 2, 3 \end{aligned}$$

将式(13)和式(14)代入式(10)中 d_1 和 d_3 的表达式, 整理后可得 d_1 和 d_3 具体表达式

$$\begin{aligned} d_1 &= \cos \theta_1 [(Y + 2\dot{X}) I_5 + (X - 2\dot{Y}) I_6] - \\ &\quad \sin \theta_1 [(Y + 2\dot{X}) I_6 + (X - 2\dot{Y}) I_4] \\ d_3 &= \cos \theta_1 \left[(Y + 2\dot{X}) \left(I_4 - \frac{I_1}{I_3} I_1 \right) - \right. \\ &\quad \left. (X - 2\dot{Y}) \left(I_6 - \frac{I_2}{I_3} I_1 \right) \right] + \\ &\quad \sin \theta_1 \left[(Y + 2\dot{X}) \left(I_6 - \frac{I_1}{I_3} I_2 \right) - \right. \\ &\quad \left. (X - 2\dot{Y}) \left(I_5 - \frac{I_2}{I_3} I_2 \right) \right] \end{aligned}$$

并将式(11)和(14)代入式(7)即可获得圆瓦轴承无量纲油膜压力分布表达式

$$\begin{aligned} P(\theta, \zeta) = \frac{(e^{a\zeta} + e^{-a\zeta} - e^{a\lambda} - e^{-a\lambda})}{e^{a\lambda} + e^{-a\lambda}} \cdot \\ [C_1 I_3(\theta) + (Y + 2\dot{X}) I_1(\theta) - \\ (X - 2\dot{Y}) I_2(\theta) + C_2] \end{aligned} \quad (15)$$

1.3 圆瓦轴承油膜力近似解析表达式

以上研究了圆瓦滑动轴承油膜压力分布, 获得的压力沿油膜区域 $[\theta_1, \theta_2] \times [-L/2, L/2]$ 进行积分即可获得油膜力

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} &= \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-L/2}^{L/2} p(\theta, z) R \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{Bmatrix} d\theta dz = \\ &\quad \frac{6\mu\Omega R^4}{C^2} \begin{Bmatrix} f_x \\ -f_y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

$$f_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{-\lambda}^{\lambda} [P(\theta, \zeta) \sin \theta] d\theta d\zeta =$$

$$\frac{2 \left(\frac{1}{a} e^{a\lambda} - \frac{1}{a} e^{-a\lambda} - \lambda e^{a\lambda} - \lambda e^{-a\lambda} \right)}{e^{a\lambda} + e^{-a\lambda}} \times$$

$$[(Y + 2\dot{X})I_4 - (X - 2\dot{Y})I_6 + C_1 I_1] \quad (17)$$

同理 y 向无量纲油膜力为

$$f_y = \frac{2 \left(\frac{1}{a} e^{a\lambda} - \frac{1}{a} e^{-a\lambda} - \lambda e^{a\lambda} - \lambda e^{-a\lambda} \right)}{e^{a\lambda} + e^{-a\lambda}} \times$$

$$[(Y + 2\dot{X})I_6 - (X - 2\dot{Y})I_5 + C_1 I_2] \quad (18)$$

式中

$$I_4(\theta) = \int \frac{\cos^2 \theta}{H^3} d\theta; I_5(\theta) = \int \frac{\sin^2 \theta}{H^3} d\theta;$$

$$I_6(\theta) = \int \frac{\sin \theta \cos \theta}{H^3} d\theta$$

$$I_i = I_i(\theta_1) - I_i(\theta_2) \quad i = 4, 5, 6$$

将式(17)和(18)带入式(16)即为圆瓦径向滑动轴承油膜力表达式

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{12\mu\Omega R^4}{C^2} \frac{\left(\frac{1}{a} e^{a\lambda} - \frac{1}{a} e^{-a\lambda} - \lambda e^{a\lambda} - \lambda e^{-a\lambda} \right)}{(e^{a\lambda} + e^{-a\lambda}) I_3} \times$$

$$\begin{bmatrix} I_4 I_3 - I_1 I_1 & -I_6 I_3 + I_2 I_1 \\ -I_6 I_3 + I_1 I_2 & I_5 I_3 - I_2 I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y + 2\dot{X} \\ X - 2\dot{Y} \end{bmatrix} \quad (19)$$

2 椭圆瓦轴承油膜力近似解析模型

2.1 椭圆瓦滑动轴承油膜边界条件

图 2 中 O_p 为上瓦圆弧中心, O_b 是椭圆瓦轴承中心, 预载荷系数为 m .

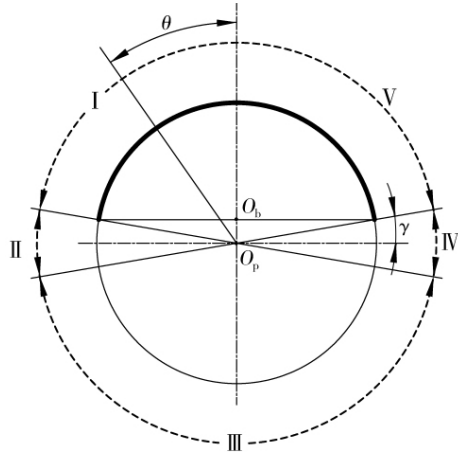


图 2 椭圆瓦轴承上瓦结构示意图

Fig. 2 Sketch of upper pad in elliptical bearing

对于椭圆瓦来说,在以瓦块圆弧中心 O_p 为原点的局部坐标系下的无量纲轴颈扰动位移 X , Y 和扰动速度 $\dot{X}, \dot{Y}$, 与以轴承中心 O_b 为原点的整体坐标系下扰动位移 x, y 和扰动速度关系 $\dot{x}, \dot{y}$ 关系如下:

上瓦

$$X = \frac{x}{C}; Y = \frac{y}{C} + m; \dot{X} = \frac{\dot{x}}{C\Omega}; \dot{Y} = \frac{\dot{y}}{C\Omega} \quad (20)$$

下瓦

$$X = \frac{x}{C}; Y = \frac{y}{C} - m; \dot{X} = \frac{\dot{x}}{C\Omega}; \dot{Y} = \frac{\dot{y}}{C\Omega} \quad (21)$$

设 $[\theta'_1, \theta'_1 + \pi]$ 为局部坐标系下圆瓦轴承动态 π 油膜边界条件, 根据式(5)可知

$$\theta'_1 = \arctan \frac{2\dot{Y} - X}{Y + 2\dot{X}} - \frac{\pi}{2} \text{sign} \left(\frac{2\dot{Y} - X}{Y + 2\dot{X}} \right) +$$

$$\frac{\pi}{2} \text{sign}(2\dot{Y} - X) + \pi$$

对于椭圆瓦块来说,实际油膜为 $[\theta'_1, \theta'_1 + \pi]$ 投影在椭圆瓦块上的区域, 根据瓦块几何结构将椭圆瓦沿周向分为图 2 中的 5 个区域, 当 θ'_1 在各个区域时, 上下瓦块的油膜边界具体表达式如下:

上瓦边界条件为

$$\text{当 } \theta'_1 \text{ 在 I 区域时, } \theta_1 = \theta'_1, \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \gamma;$$

当 θ'_1 在 II 区域时, 上瓦无压力;

当 θ'_1 在 III 区域时,

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{2} + \gamma, \theta_2 = \pi + \theta'_1;$$

当 θ'_1 在 IV 区域时,

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{2} + \gamma, \theta_2 = \frac{5\pi}{2} - \gamma;$$

$$\text{当 } \theta'_1 \text{ 在 V 区域时, } \theta_1 = \theta'_1, \theta_2 = \frac{5\pi}{2} - \gamma;$$

同理, 下瓦边界为

当 θ'_1 在 I 区域时,

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} + \gamma, \theta_2 = \theta'_1 + \pi;$$

当 θ'_1 在 II 区域时,

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} + \gamma, \theta_2 = \frac{3\pi}{2} - \gamma$$

$$\text{当 } \theta'_1 \text{ 在 III 区域时, } \theta_1 = \theta'_1, \theta_2 = \frac{3\pi}{2} - \gamma;$$

当 θ'_1 在 IV 区域时, 下瓦无压力;

当 θ'_1 在 V 区域时,

$$\theta_1 = \frac{5\pi}{2} + \gamma, \theta_2 = \theta_1' + \pi.$$

2.2 椭圆瓦滑动轴承油膜力近似解析表达式

在各状态下(轴颈在椭圆瓦轴承中扰动位移、扰动速度等参数已知),首先根据椭圆瓦轴承油膜边界的分析,获得上瓦油膜周向边界 θ_1, θ_2 ,进而可将椭圆瓦轴承转换成边界为 $[\theta_1, \theta_2] \times [-L/2, L/2]$ 的有限长圆瓦轴承,利用式(19)求得上下瓦油膜力 F_x^{up} 和 F_y^{up} .

同理,求得下瓦油膜力 F_x^{down} 和 F_y^{down} .

即可获得椭圆瓦轴承油膜力为

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x^{\text{up}} \\ F_y^{\text{up}} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_x^{\text{down}} \\ F_y^{\text{down}} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

3 仿真计算分析

3.1 椭圆瓦轴承油膜压力分布分析

取式(20)和(21)中 $X=0.5, y/C=0.5, \dot{X}=\dot{Y}=0$,瓦块包角 170° ,预载荷系数为0.1,分析长径比分别为0.05, 0.50, 5.00时椭圆瓦轴承无量纲油膜压力分布规律,结果见图3.

在此参数下,油膜最大厚度处 $\theta=135^\circ$,最小厚度处 $\theta=315^\circ, 135^\circ \sim 315^\circ$ 为收敛油楔,瓦块在 $265^\circ \sim 275^\circ$ 区间存在间隙,不存在油膜压力,与图3压力边界一致.由图3可知,当长径比较小时,油膜压力沿轴向呈抛物状分布,随着长径比增大,轴向压力分布规律亦随之变化,当长径比达到5时,轴向压力分布如图3(c)所示.

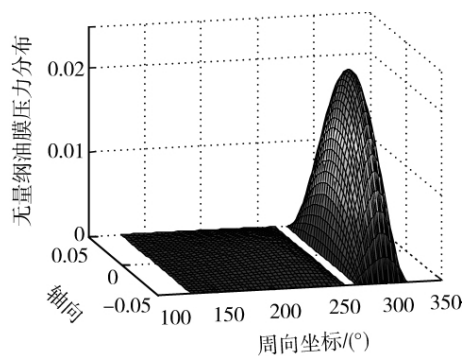
图4为上下瓦块包角均为 180° 、长径比为0.5时,预载荷系数分别为0, 0.1和0.2时轴承中分面处油膜压力分布.从图可以看出,预载荷 $m=0$ 时,上下瓦整个油膜周向长度为 180° ,当预载荷增加时,上下瓦油膜区域随之扩展,油膜压力大小亦随之变化.

图5为预载荷系数为0.2,长径比为0.5,瓦块包角分别为 $150^\circ, 160^\circ, 170^\circ$ 和 180° 时,轴承中分面处油膜压力分布.

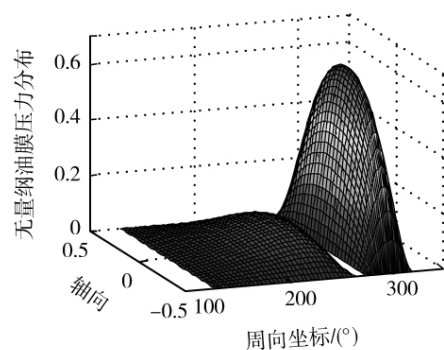
由图5可以看出,瓦块包角变化导致了油膜在上下瓦边缘边界发生变化,进而影响了油膜压力分布.

3.2 不同椭圆瓦轴承油膜力模型对比

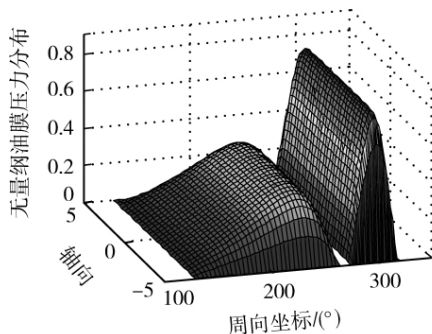
为进一步验证本文推导椭圆瓦滑动轴承油膜力近似解析模型的准确性和可靠性,对椭圆瓦滑动轴承油膜力分别采用本文模型、有限差分法模



(a) $L/D=0.05$



(b) $L/D=0.50$



(c) $L/D=5.00$

图3 不同长径比下椭圆瓦轴承油膜压力分布

Fig. 3 Oil film pressure distribution of elliptical bearing in different length-diameter ratios

型、无限长轴承模型、无限短轴承模型^[6](油膜压力边界条件一致),分析偏位角为 45° ,预载荷系数 $m=0.2$,瓦块包角为 180° ,长径比依次为0.1, 0.5, 1.0和5.0时,对比分析不同椭圆瓦滑动轴承模型无量纲油膜力合力的差异.

其中有限差分法模型采用中心差分格式,将上下瓦块油膜区域 $[\theta_1, \theta_2] \times [-L/2, L/2]$ 沿周向99等分,沿轴向99等分,这样上下瓦油膜正压区周向节点为100,轴向节点为100,整个单瓦油膜求解域节点总数10000个.并采用超松弛迭代法对其进行求解,松弛因子为1.3,收敛准则如下:

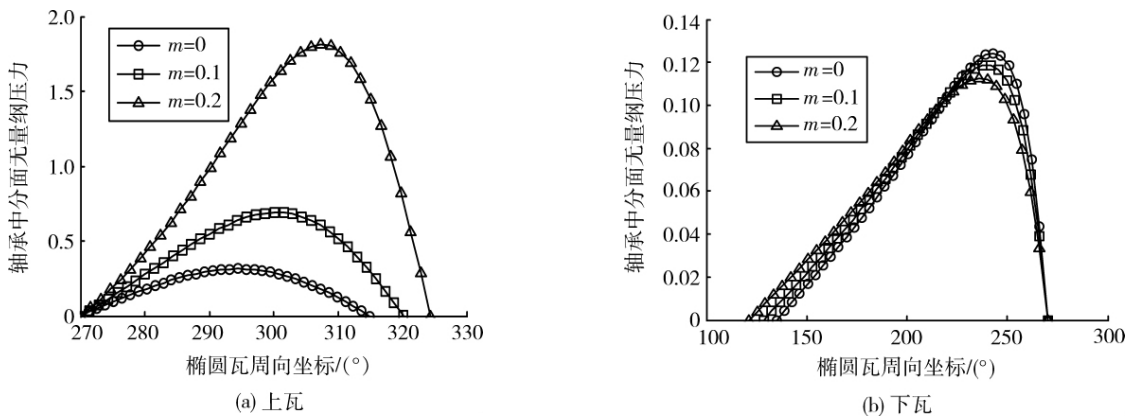


图 4 不同预载荷下瓦块中分面油膜压力分布

Fig. 4 Oil film pressure distribution in different preload ratios

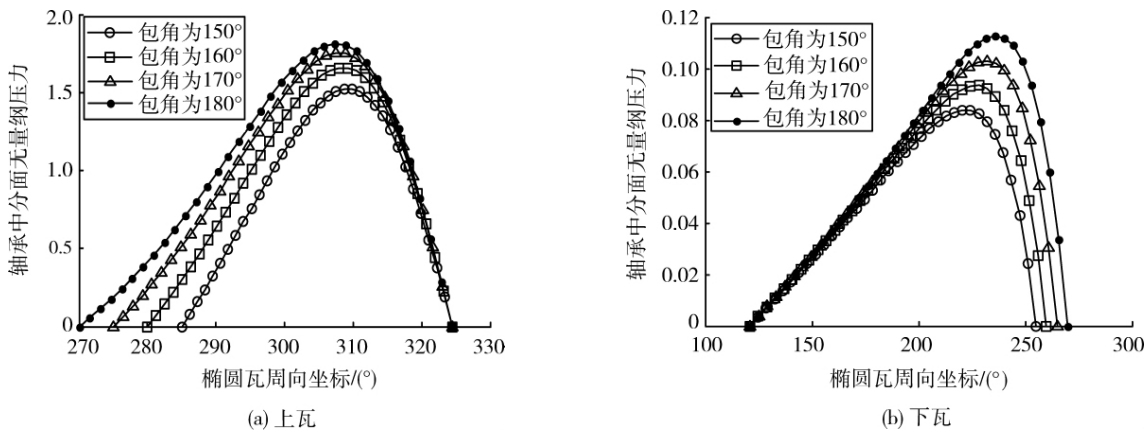


图 5 不同瓦块包角时轴承中分面油膜压力分布

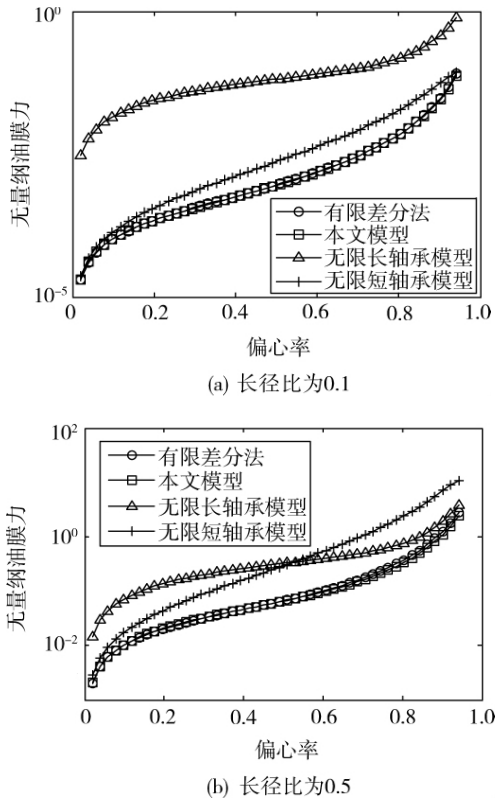
Fig. 5 Oil film pressure distribution in different angles of pad

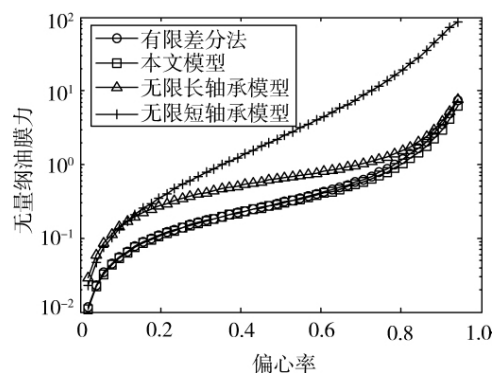
$$\sqrt{\sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^{100} \left(\frac{\Delta P_{i,j}}{P_{i,j}} \right)^2} \leq 10^{-6} \quad (23)$$

其中 $P_{i,j}$ 为某一迭代步节点 (i,j) 处的压力值, $\Delta P_{i,j}$ 为节点 (i,j) 处该迭代步压力与上一迭代步压力之差.

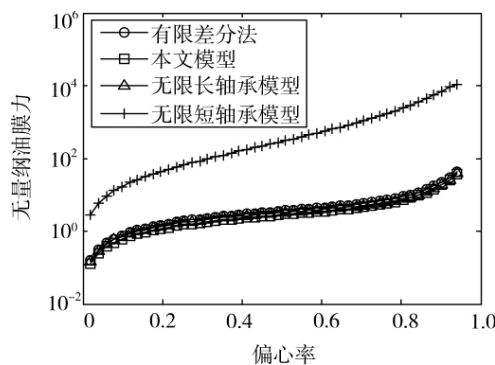
无限长轴承模型忽略式(3)中轴向压力分布,只考虑周向压力变化,进而推导出压力分布,并积分得到油膜力. 再结合椭圆瓦边界条件,计算得到无限长椭圆瓦滑动轴承油膜力.

图 6 为不同长径比时,四种不同模型油膜力偏心率变化规律,由图可知,长径比为 0.1, 0.5, 1.0 和 5.0 下,本文模型与有限差分法模型结果基本一致,在整个长径比范围内,本文模型计算结果优于王晋麟提出的短椭圆瓦轴承油膜力模型. 在长径比较小时(如图 6(a)和图 6(b)),长轴承模型与本文模型及有限差分法模型结果相差较大,当长径比足够大时,长轴承模型、本文模型和有限差分法模型结果基本一致.





(c) 长径比为1.0



(d) 长径比为5.0

图6 不同长径比下各模型油膜力随偏心率变化规律

Fig. 6 Oil film forces of different models with journal eccentricity change

4 算例

4.1 刚性转子-椭圆瓦轴承系统模型

如图7所示,一质量为 $2M$ 的刚性转子支承在两椭圆瓦滑动轴承上,转子不平衡偏心为 e_r ,建立如图笛卡尔坐标系, x 向代表水平向, y 向代表竖直向, z 代表轴向。列写该刚性转子-轴承系统动力学方程如下式:

$$\begin{cases} M\ddot{x} = F_x(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + Me_r \Omega^2 \cos(\Omega t) \\ M\ddot{y} = F_y(x, y, \dot{x}, \dot{y}) + Me_r \Omega^2 \sin(\Omega t) - Mg \end{cases} \quad (24)$$

利用式(2)对上式进行无量纲化,进而获得无量纲动力学方程:

$$\begin{cases} \ddot{X} = \frac{6\mu R^4}{C^3 M \Omega} f_x(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + \frac{e_r}{C} \cos \tau \\ \ddot{Y} = \frac{6\mu R^4}{C^3 M \Omega} f_y(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) + \frac{e_r}{C} \sin \tau - \frac{g}{C \Omega^2} \end{cases} \quad (25)$$

利用四阶 Runge-Kutta 求解方程(25),进而研究椭圆瓦滑动轴承支承下刚性转子的动力学特

性及稳定性。

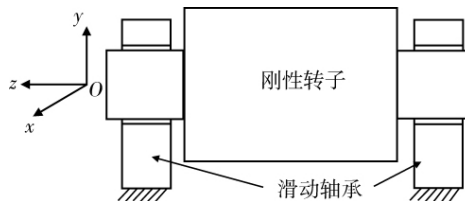


图7 刚性转子-椭圆瓦轴承系统

Fig. 7 Rigid rotor-bearing system

4.2 数值仿真结果及讨论

取刚性转子质量 $2M=1000$ kg,不平衡偏心 $e_r=68 \mu\text{m}$,重力加速度 $g=9.8$ N/kg。支承椭圆瓦轴承内径和长度分别为 0.42 m和 0.21016 m,半径间隙 $C=0.699$ mm,预载荷系数 $m=0.2$,瓦块包角为 170° ,润滑油黏度为 0.0178 Pa·s。

图8为不同转速下刚性转子轴心轨迹图,从图中可以看出,随着转子转速增加,转子涡动半径增大,涡动中心也随转速增加而趋向轴承中心,符合基本规律。转速较低时,轴心运动轨迹为椭圆,当转速达到 360 rad/s时,轴心涡动半径极大,轴心运动变的复杂。

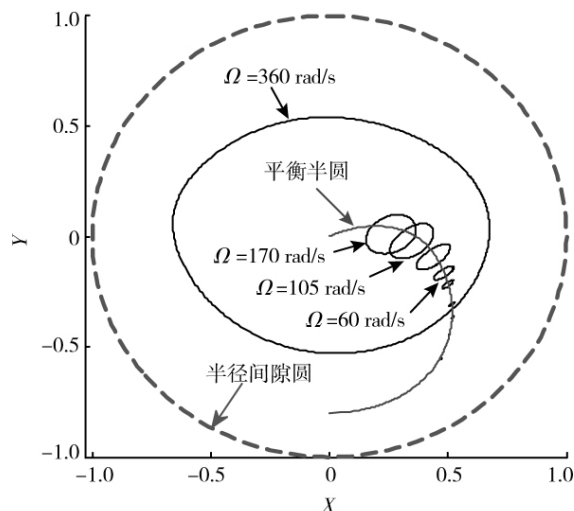


图8 刚性转子轴心轨迹随转速变化

Fig. 8 Orbit for different journal angular speed

图9(a)、图9(b)分别为 $\Omega=260$ rad/s和 270 rad/s时转子轴心轨迹图和 Poincaré 映射,图10(a),(b)分别为 $\Omega=260$ rad/s和 270 rad/s时转子振动频谱图。从图可知,转速为 260 rad/s时,轴心轨迹为椭圆,运动为周期1运动。从图10(a)亦可知,频谱只有基频成分。当转速升至 270 rad/s时,轴心轨迹如图9(b)所示,此时频谱中主要成分为基频和半频成分,转子运动由周期1运动转化为

周期 2 运动.

图 11(a)和图 11(b)分别为预载荷为 0.2 时转子的幅频特性曲线和 y 向振动三维谱图. 从图

可以明显看出,当转速低于 260 rad/s 时,转子只有基频振动,且振动幅值较小;当转速升至 270 rad/s 时,系统开始出现明显低频振动,之后通频

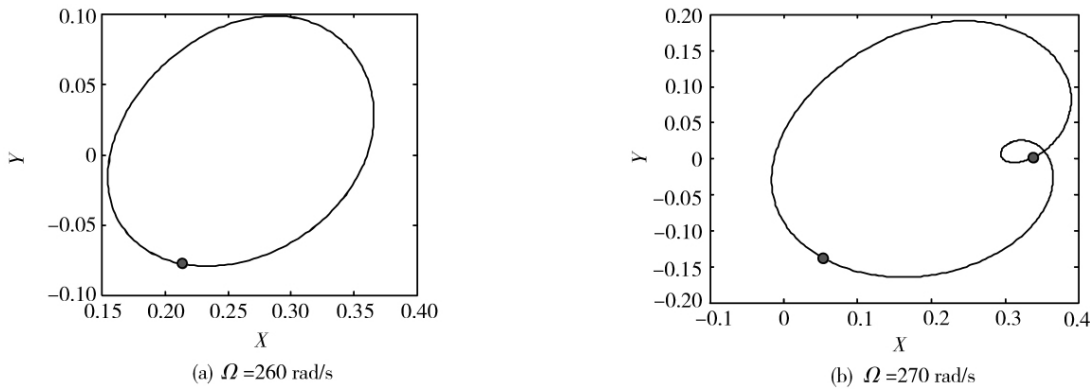


图 9 转速为 260 和 270 rad/s 时刚性转子轴心轨迹

Fig. 9 Orbits for $\Omega=260$ and 270 rad/s

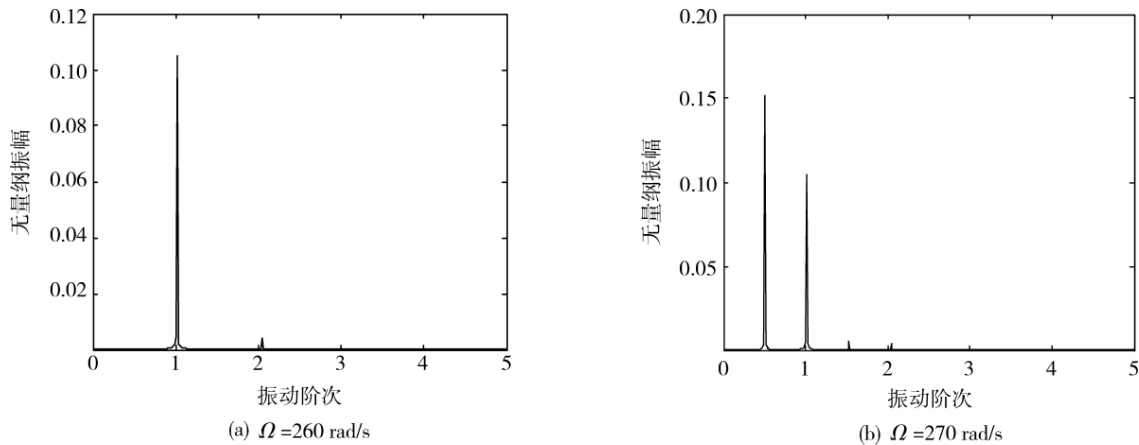


图 10 不同转速下刚性转子振动频谱图

Fig. 10 Frequency spectrum for $\Omega=260$ and 270 rad/s

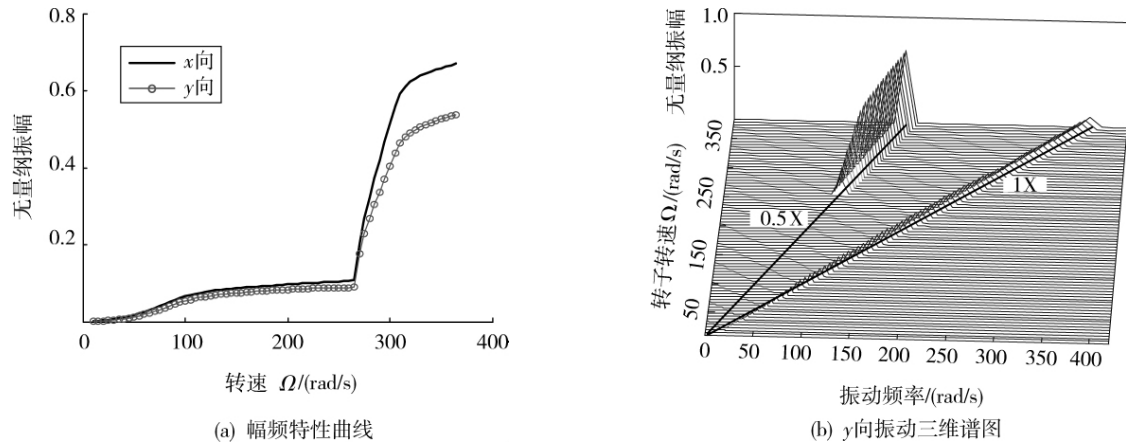


图 11 转子的幅频特性曲线和三维振动谱图

Fig. 11 Amplitude frequency characteristics and Waterfall plot of vibration

振动幅值由于低频幅值随转速增加而增大。

图12为预载荷系数 m 分别是0, 0.1, 0.2和0.3时转子 y 向振动随转速的分叉特性。

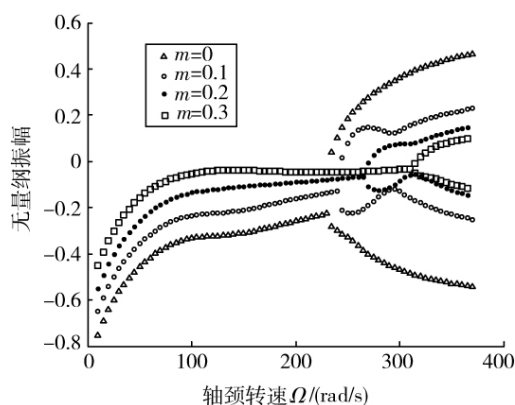


图12 不同预载荷系数时转子振动分叉图

Fig. 12 Bifurcation diagram of shaft variation in different m

由图12可知,预载荷系数增大,转子的转速分叉点依次提高(分别为235, 245, 270 rad/s和315 rad/s)。这与增大椭圆瓦预载荷系数能提高系统稳定性的结论一致。

5 结论

基于动态 π 油膜边界条件,利用分离变量法求解了圆瓦径向滑动轴承Reynolds方程,获得了有限长圆瓦轴承油膜压力分布和油膜力近似解析模型。分析椭圆瓦轴承油膜边界条件,利用圆瓦轴承油膜力模型,推导了有限长椭圆瓦滑动轴承油膜力模型。

分析了油膜压力分布规律,研究了椭圆瓦轴承长径比、预载荷系数、瓦块包角对压力分布的影响。将本文提出的油膜力模型与有限差分法模型、长轴承模型、短轴承模型进行对比,验证了本文模型的可靠性和具有较高计算精度。

并分析了一有限长椭圆瓦轴承支承的刚性转子的动力学特性,进一步验证了本文提出的椭圆瓦轴承油膜力模型的有效性和可靠性。

参考文献:

- [1] 彭斌生,朱均.上瓦开周向槽椭圆轴承性能的试验和理论计算研究[J].润滑与密封,1992(4):4-8.
PENG Binsheng, ZHU Jun. The experimental studies and theoretic calculations of characteristics of elliptical bearing of upper pad having circumferential oil groove[J]. Lubrication Engineering, 1992(4):4-8. (in Chinese)
- [2] 王晋麟.高维非线性转子-轴承系统的降维与动特性研究

[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学工学,2010.

WANG Jinlin. The order reduction and dynamical characteristic of high order rotor-bearing system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)

- [3] 焦映厚,陈照波,李明章.不同油膜力模型下转子椭圆轴承系统的动力学分析[J].热能动力工程,2006,21(4):418-422,439-440.
JIAO Yinghou, CHEN Zhaobo, LI Mingzhang. A dynamic analysis of a rotorelliptic bearing system using different oil-film force models[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy & Power, 2006, 21(4):418-422, 439-440. (in Chinese)
- [4] Earles L L, Palazzolo A B, Armentrout R W. A finite element approach to pad flexibility in tilt pad journal bearings[J]. ASME Journal of Tribology, 1990, 112(2):169-182.
- [5] Gadangi R K, Palazzolo A B, Kim J. Transient analysis of plain and tilt pad journal bearings including fluid film temperature effects[J]. ASME Journal of Tribology, 1996, 118(3):423-430.
- [6] 曹登庆,王晋麟,杨金福,等.椭圆轴承非线性油膜力模型:近似解析方法[J].振动与冲击,2008,27(增刊):173-177.
CAO Dengqing, WANG Jinlin, YANG Jinfu, et al. Nonlinear oil-film force model of elliptic bearing: approximate analytic approach[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(Supplement):173-177. (in Chinese)
- [7] Capone G. Descrizione analitica del campo di forze fluidodinamiche nei cuscinetti cilindrici lubrificati[J]. Energia Elettrica, 1991, 68(3):105-110.
- [8] 王文,张直明.油叶型轴承非线性油膜力数据库[J].上海工业大学学报,1993,14(4):299-305.
WANG Wen, ZHANG Zhiming. Non-linear oil film force database of lobe type bearing[J]. Journal of Shanghai University of Technology, 1993, 14(4):299-305. (in Chinese)
- [9] JIAO Yinghou, CHEN Zhaobo, LI Mingzhang, et al. Non-linear dynamics analysis of unbalanced rotor system with arc pad journal bearings[J]. Advances in Vibration Engineering, 2005, 4(1):23-37.
- [10] 秦平,沈铖,朱均.椭圆轴承-转子系统快速运动状态分析[J].西安交通大学学报,2003,37(1):29-31,63.
QIN Ping, SHEN Yue, ZHU Jun. Fast analysis of motion state for elliptic bearing rotor system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2003, 37(1):29-31, 63. (in Chinese)
- [11] 陈龙,郑铁生,张文,等.轴承非线性油膜力的一种变分近似解[J].应用力学学报,2002,19(3):90-95.
CHEN Long, ZHENG Tiesheng, ZHANG Wen, et al. A variational approximate solution for nonlinear oil-film forces of sliding bearing[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, 19(3):90-95. (in Chinese)
- [12] 郑铁生,陈龙,杨树华,等.非定常短轴承油膜力公式的变分修正[J].计算力学学报,2003,20(4):451-455.
ZHENG Tiesheng, CHEN Long, YANG Shuhua, et al. Modified form of the unsteady oil-film force formula of short bearing by variational approach[J]. Chinese Journal

of Computational Mechanics, 2003, 20(4): 451-455. (in Chinese)

- [13] 王立刚, 曹登庆, 王晋麟, 等. 椭圆轴承-转子系统的稳定性与分岔[J]. 航空动力学报, 2008, 23(2): 263-269.

WANG Ligang, CAO Dengqing, WANG Jinlin, et al. Stability and bifurcation of elliptic bearing rotor systems[J].

Journal of Aerospace Power, 2008, 23(2): 263-268. (in Chinese)

附录

文中所用积分表达式如下:

$$\begin{aligned}
 I_1(\theta) &= -\frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \left[Y \int \frac{\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + X \int \frac{\sin\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta \right] \\
 \beta &= \theta - \arctan(-x/y) + \pi \operatorname{sign}(-x/y)/2 - \pi \operatorname{sign}(-x)/2 - \pi \\
 I_2(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \left[-Y \int \frac{\sin\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + X \int \frac{\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta \right] \\
 G(X, Y, \theta) &= \begin{cases} 0 & \text{if } X=0 \text{ and } Y=0 \text{ and } \theta=\theta_1 \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } X=0 \text{ and } Y=0 \text{ and } \theta=\theta_2 \\ \arctan \left[\sqrt{\frac{1-\sqrt{X^2+Y^2}}{1+\sqrt{X^2+Y^2}}} \frac{\sqrt{X^2+Y^2}+Y\cos\theta-X\sin\theta}{-Y\sin\theta-X\cos\theta} \right] & \text{else} \end{cases} \\
 I_3(\theta) &= -\frac{1}{2(1-X^2-Y^2)} \cdot \frac{-Y\sin\theta-X\cos\theta}{1-Y\cos\theta+X\sin\theta} \left[\frac{1}{1-Y\cos\theta+X\sin\theta} + \frac{3}{1-X^2-Y^2} \right] + \\
 &\quad \frac{2+X^2+Y^2}{(1-X^2-Y^2)^{5/2}} G(X, Y, \theta) \\
 I_4(\theta) &= \frac{1}{X^2+Y^2} \left[Y^2 \int \frac{\cos^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + X^2 \int \frac{\sin^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + 2XY \int \frac{\sin\beta\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta \right] \\
 I_5(\theta) &= \frac{1}{X^2+Y^2} \left[Y^2 \int \frac{\sin^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + X^2 \int \frac{\cos^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta - 2XY \int \frac{\sin\beta\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta \right] \\
 I_6(\theta) &= \frac{1}{X^2+Y^2} \left[(Y^2-X^2) \int \frac{\sin\beta\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta - XY \int \frac{\cos^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta + XY \int \frac{\sin^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta \right] \\
 \int \frac{\sin\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta &= \frac{1}{2\sqrt{X^2+Y^2}(1-Y\cos\theta+X\sin\theta)^2} \\
 \int \frac{\cos\beta\sin\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\theta &= \frac{1-2Y\cos\theta+2X\sin\theta}{2(X^2+Y^2)(1-Y\cos\theta+X\sin\theta)^2} \\
 \int \frac{\cos\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta &= \frac{1}{2(1-X^2-Y^2)} \cdot \\
 \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \frac{-Y\sin\theta-X\cos\theta}{1-Y\cos\theta+X\sin\theta} &\left[\frac{1}{1-Y\cos\theta+X\sin\theta} + \frac{1+2X^2+2Y^2}{1-X^2-Y^2} \right] - \frac{3\sqrt{X^2+Y^2}}{(1-X^2-Y^2)^{5/2}} G(X, Y, \theta) \\
 \int \frac{\sin^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta &= \frac{-Y\sin\theta-X\cos\theta}{2(X^2+Y^2)(1-Y\cos\theta+X\sin\theta)^2} - \\
 \frac{1}{2(X^2+Y^2)(1-X^2-Y^2)} \cdot &\frac{-Y\sin\theta-X\cos\theta}{1-Y\cos\theta+X\sin\theta} + \frac{1}{(1-X^2-Y^2)^{3/2}} G(X, Y, \theta) \\
 \int \frac{\cos^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta &= I_3(\theta) - \int \frac{\sin^2\beta}{(1+\epsilon\cos\beta)^3} d\beta
 \end{aligned}$$